



Hamburg

Behörde für Schule,
Familie und Berufsbildung

Name

Kurs-Nr.

Schriftliche Abiturprüfung Schuljahr 2025/2026

Mathematik

auf erhöhtem Anforderungsniveau
an allgemeinbildenden und beruflichen gymnasialen Oberstufen

Haupttermin
Mittwoch, 6. Mai 2026, 9:00 Uhr

Unterlagen für die Prüflinge
Wahlschwerpunkt Analytische Geometrie

Allgemeine Arbeitshinweise

- Überprüfen Sie diese Unterlagen auf Vollständigkeit.
- Schreiben Sie auf alle Prüfungsunterlagen Ihren Namen und zusätzlich auf dieses Deckblatt Ihre Kursnummer.
- Kennzeichnen Sie bitte Ihre Entwurfsblätter (Kladde) und Ihre Reinschrift.

Fachspezifische Arbeitshinweise¹

- Die Arbeitszeit einschließlich der Auswahlzeit beträgt insgesamt **330 Minuten**.
- Eine gesonderte Lese- oder Auswahlzeit wird nicht gewährt.
- Aufgabe I (Prüfungsteil A) ist zunächst **ohne Hilfsmittel** zu bearbeiten.
Die Bearbeitungszeit dafür beträgt **höchstens 110 Minuten**.
Danach geben Sie Aufgabe I und die zugehörigen Lösungen ab und erhalten die zugelassenen Hilfsmittel.
- Sie entscheiden selbst, zu welchem Zeitpunkt innerhalb der ersten 110 Minuten Sie Aufgabe I abgeben und die Hilfsmittel erhalten.
- Anschließend bearbeiten Sie die Aufgaben des **Prüfungsteils B** in der verbleibenden Arbeitszeit.
- Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig), zugelassene Formelsammlung, Rechtschreibwörterbuch

¹ Entsprechend der "Richtlinie über die Gewährung von Erleichterungen für neu zugewanderte Schülerinnen, Schüler und Prüflinge bei Sprachschwierigkeiten in der deutschen Sprache" (MBISchul Nr. 08, 7. Oktober 2016, S. 60) werden für die betroffenen Prüflinge die folgenden Erleichterungen gewährt:

- Die Bearbeitungszeit wird um 30 Minuten auf **360 Minuten** erhöht.
- Ein nicht-elektronisches Wörterbuch Deutsch – Herkunftssprache / Herkunftssprache – Deutsch wird bereitgestellt.

Aufgabenauswahl

- Sie erhalten **fünf Aufgaben**:
 - Prüfungsteil A**: Aufgabe I (hilfsmittelfreier Teil)
 - Prüfungsteil B**: Aufgaben II.1 (Analysis 1), II.2 (Analysis 2), III (Analytische Geometrie) und IV (Stochastik)
- In Aufgabe I wählen Sie aus den Unteraufgaben **I.5.1, I.5.2, I.5.3, I.5.4, I.5.5** und **I.5.6** **zwei** Unteraufgaben aus. Die Unteraufgaben **I.1, I.2, I.3** und **I.4** müssen bearbeitet werden, insgesamt also **sechs** Unteraufgaben von Aufgabe I.
- Nach Abgabe der Aufgabe I und der zugehörigen Lösungen erhalten Sie Ihren Taschenrechner und die Formelsammlung.
- Wählen Sie **eine** der Aufgaben **II.1** und **II.2** zur Bearbeitung aus.
- Bearbeiten Sie die Aufgaben **II.1** oder **II.2, III** und **IV**, also **drei** Aufgaben in der restlichen Arbeitszeit.
- Vermerken Sie hier auf dem Deckblatt und der Reinschrift, welche zwei Unteraufgaben von I (**I.5.1, I.5.2, I.5.3, I.5.4, I.5.5** und **I.5.6**) und welche Aufgabe von II (**II.1** oder **II.2**) Sie bearbeitet haben.

Ausgewählt wurden (2 von 6) :

I.5.1	I.5.2	I.5.3	I.5.4	I.5.5	I.5.6

Ausgewählt wurde (1 von 2):

II.1	II.2

Bewertung

Prüfungsteil A (hilfsmittelfreier Teil): 30 Bewertungseinheiten (BE)

Prüfungsteil B: 70 BE (3 komplexe Aufgaben, Aufgabe II.1 oder II.2 mit 30 BE, Aufgabe III mit 20 BE und Aufgabe IV mit 20 BE)

Insgesamt sind 100 BE erreichbar. Es dürfen auch halbe Bewertungseinheiten vergeben werden.

Bei der Festlegung von Notenpunkten gilt die folgende Tabelle.

Notenpunkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten	erreichte Bewertungseinheiten
15	95 %	95–100
14	90 %	90–94,5
13	85 %	85–89,5
12	80 %	80–84,5
11	75 %	75–79,5
10	70 %	70–74,5
9	65 %	65–69,5
8	60 %	60–64,5

Notenpunkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten	erreichte Bewertungseinheiten
7	55 %	55–59,5
6	50 %	50–54,5
5	45 %	45–49,5
4	40 %	40–44,5
3	33 %	33–39,5
2	27 %	27–32,5
1	20 %	20–26,5
0	0 %	0–19,5

Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu zwei Notenpunkten in einfacher Wertung. Mangelhafte Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen oder unzureichende oder falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text sind als fachliche Fehler zu werten. Ein Abzug für Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit soll nicht erfolgen, wenn diese bereits Gegenstand der fachspezifischen Bewertungsvorgaben sind.

Bei der Bearbeitung des Prüfungsteils B müssen die Lösungswege sorgfältig dokumentiert werden.

Aufgabe I: Hilfsmittelfreier Prüfungsteil

I.1 Analysis

Für eine Zahl $k > 0$ sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und g mit

$$f(x) = 2e^{k \cdot x}$$

und

$$g(x) = 2e^{-k \cdot x}$$

gegeben.

a) **Geben** Sie **an**, wie der Graph von f aus dem Graphen von g erzeugt werden kann. (1 BE)

b) Die Graphen von f und g schneiden sich senkrecht.

Bestimmen Sie k . (4 BE)

I.2 Analysis

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g mit

$$g(x) = -2x + 4.$$

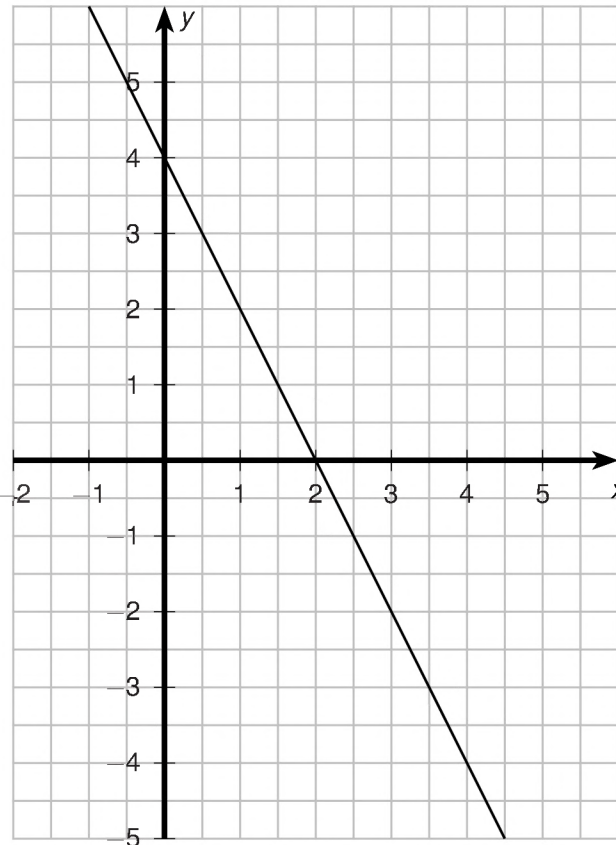


Abbildung 1

- a) Es gibt eine positive reelle Zahl k , die Lösung der Gleichung

$$\int_0^k g(x) \, dx = 0$$

ist.

Veranschaulichen Sie in der Abbildung 1 für diese Zahl k die geometrische Bedeutung der Gleichung.

(2 BE)

- b) **Bestimmen** Sie alle Stammfunktionen von g , die ausschließlich negative Funktionswerte haben.

(3 BE)

I.3 Analytische Geometrie

In der Abbildung 2 ist das gerade Prisma $ABCDEF$ mit den Eckpunkten

$$A(0 \mid 0 \mid 0), B(6 \mid 0 \mid 0), C(0 \mid 4 \mid 0) \text{ und } D(0 \mid 0 \mid 3)$$

dargestellt.

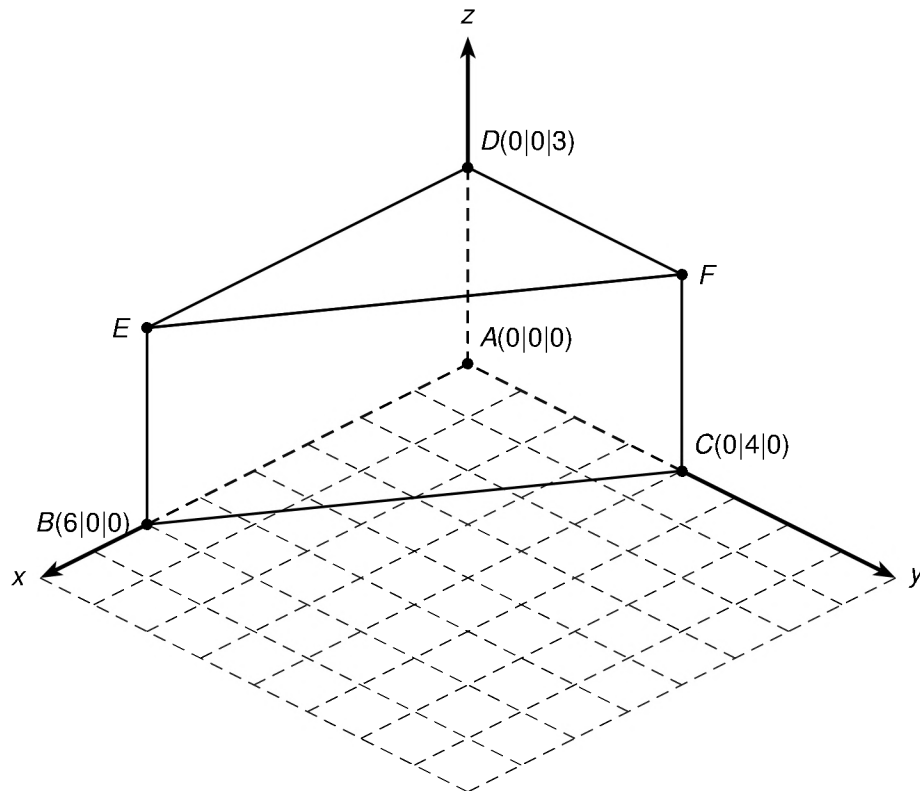


Abbildung 2

- a) **Geben** Sie die Koordinaten des Punktes F an. (1 BE)
- b) **Ermitteln** Sie die Koordinaten des Punktes P auf der Kante $\overline{DE}$, für den das Dreieck APC den gleichen Flächeninhalt wie das Viereck $ACFD$ hat. (4 BE)

I.4 Stochastik

Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße X mit den Parametern $n = 36$ und $p = 0,5$.

a) **Geben** Sie einen Term **an**, mit dem die Wahrscheinlichkeit $P(X = 27)$ berechnet werden kann.

(1 BE)

b) Die Abbildung 3 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .

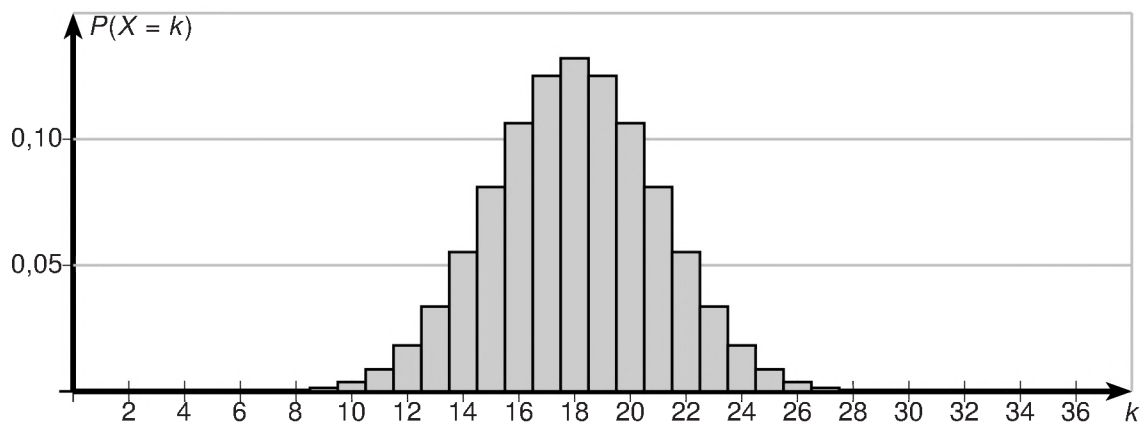


Abbildung 3

Ermitteln Sie einen Näherungswert für $P(\mu - 0,5 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 0,5 \cdot \sigma)$, wobei μ der Erwartungswert und σ die Standardabweichung von X sind.

(4 BE)

I.5.1 Analysis

Gegeben ist eine in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit der Wertemenge $[-3; 2]$. Ein möglicher Graph einer solchen Funktion ist in Abbildung 4 dargestellt.

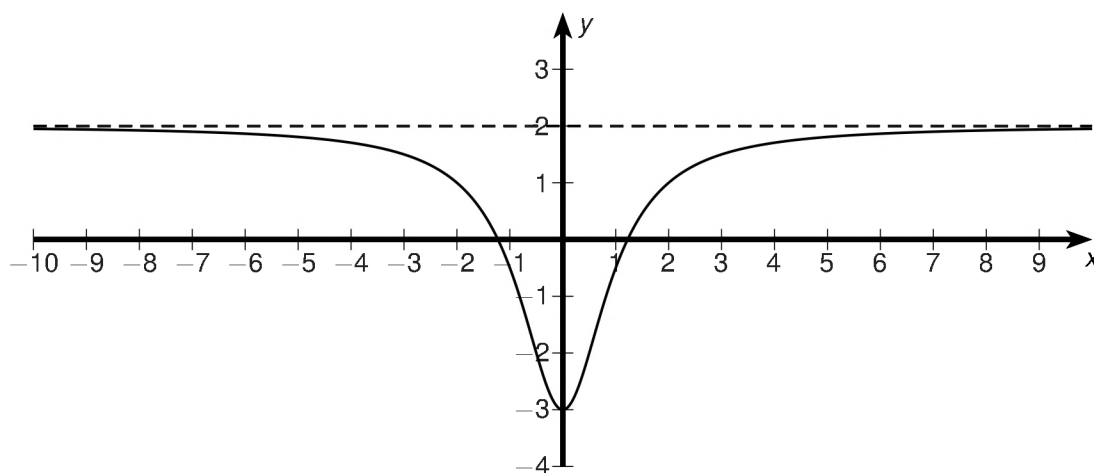


Abbildung 4

- a) **Begründen** Sie, dass der Graph von f aufgrund der gegebenen Wertemenge nicht symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs sein kann. (1 BE)

- b) Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h mit

$$h(x) = -2 \cdot f(x - 5) + 1.$$

Geben Sie die Wertemenge von h **an** und **begründen** Sie Ihre Angabe. (4 BE)

I.5.2 Analysis

Die Abbildung 5 zeigt den bezüglich des Koordinatenursprungs symmetrischen Graphen einer in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f .

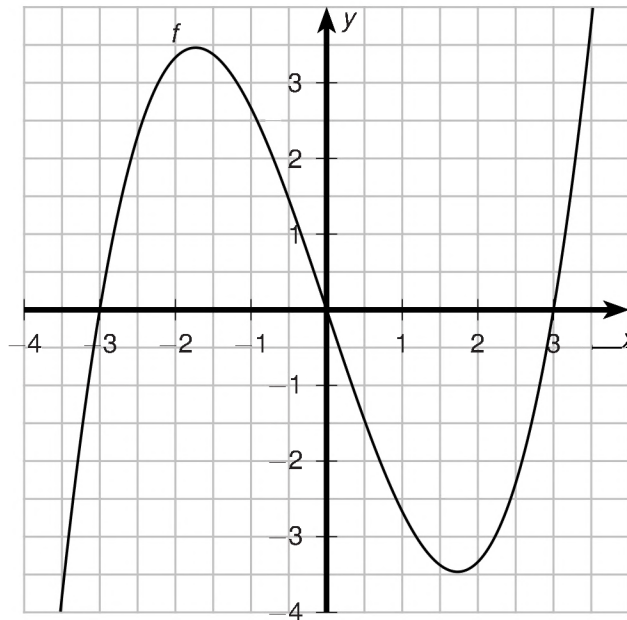


Abbildung 5

Für jede reelle Zahl a wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h_a mit

$$h_a(x) = f(x) + a \cdot x$$

betrachtet.

Der Graph der ersten Ableitungsfunktion h'_a von h_a ist für jeden Wert von a eine Parabel, deren Scheitelpunkt auf der y -Achse liegt. Es gibt genau einen Wert von a , für den der Graph von h_a genau eine waagerechte Tangente besitzt. Dieser Wert ist ganzzahlig.

Bestimmen Sie mithilfe der Abbildung 5 diesen Wert von a .

(5 BE)

I.5.3 Analytische Geometrie

Gegeben sind für $a \in \mathbb{R}$ die Geraden

$$g_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -2a \end{pmatrix}$$

mit $t \in \mathbb{R}$ sowie für eine reelle Zahl c die Ebene

$$E: 2y + z = c.$$

Jede Gerade g_a liegt in E .

a) Bestimmen Sie c .

(1 BE)

b) Beurteilen Sie die folgende Aussage, ohne Abstände zu berechnen:

Der Punkt $P(1 \mid 3 \mid -1)$ hat zu jeder Gerade g_a den gleichen Abstand.

Hinweis: Abbildung 6 stellt die Lage der Ebene E und zweier Punkte dar.

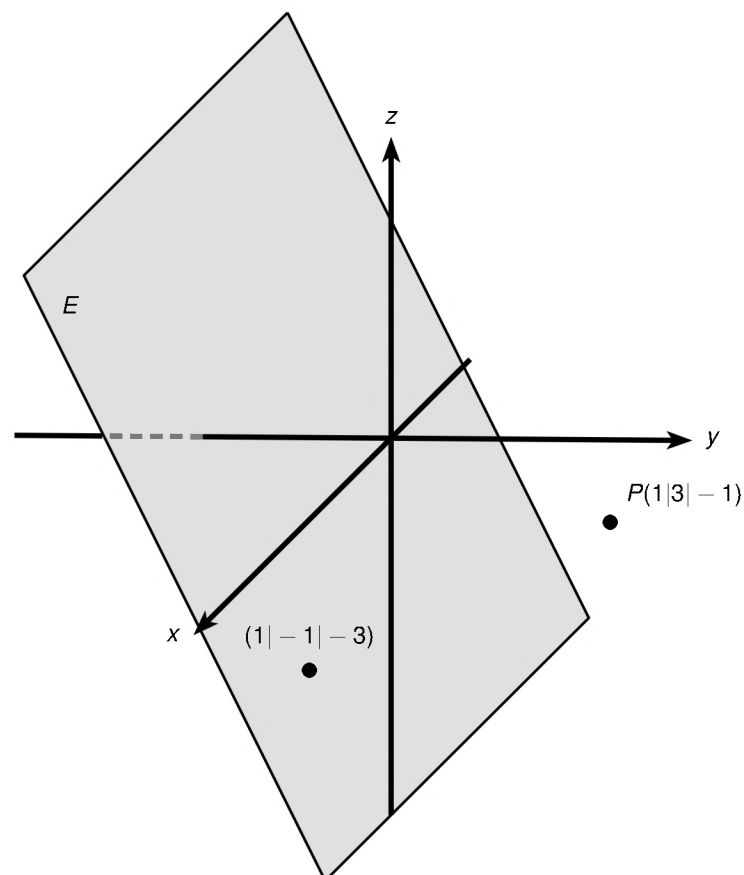


Abbildung 6

(4 BE)

I.5.4 Analytische Geometrie

Betrachtet werden die Dreiecke AB_sC_t mit

$$A(0 \mid 0 \mid 0), B_s(4s \mid 3s \mid 0) \text{ und } C_t(0 \mid 0 \mid t)$$

mit $s, t \in \mathbb{R}^+$.

a) **Begründen** Sie, dass jedes Dreieck AB_sC_t im Punkt A rechtwinklig ist. (2 BE)

b) Zu jedem Wert von s gibt es einen Wert von t , so dass das Dreieck AB_sC_t gleichschenkelig ist.

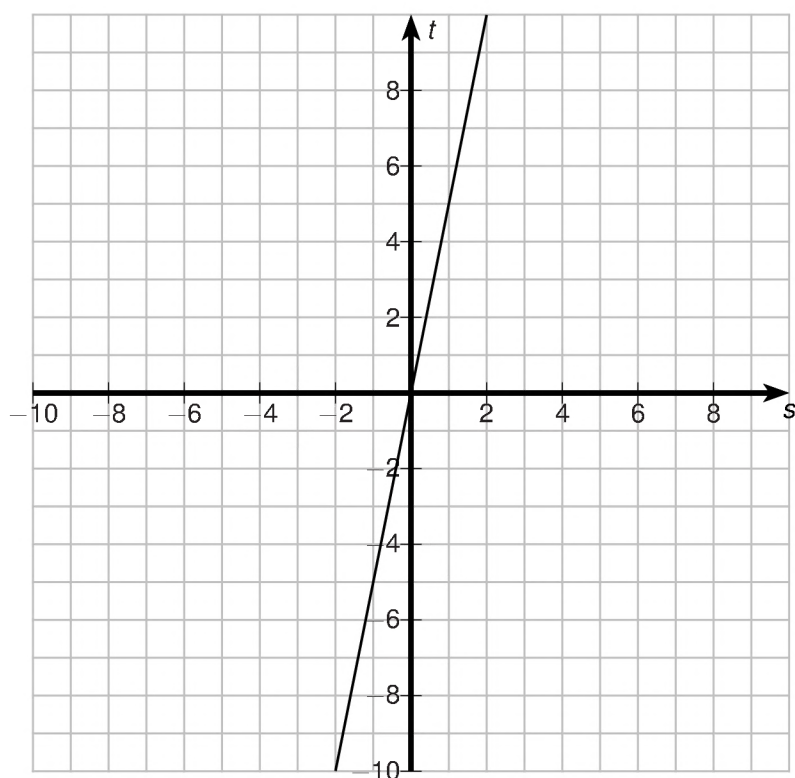


Abbildung 7

Zeigen Sie, dass die zugehörigen Punkte $(s|t)$ auf der in der Abbildung 7 dargestellten Gerade liegen.

(3 BE)

I.5.5 Stochastik

Die Abbildung zeigt die Netze zweier Würfel A und B.

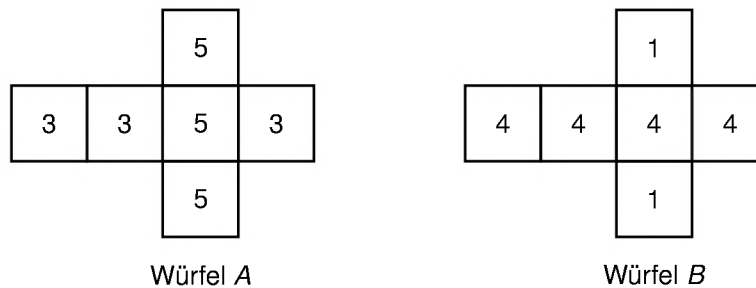


Abbildung 8

Bei einem Spiel wird pro Runde jeder der beiden Würfel einmal geworfen.

- a) Es werden zwei Runden gespielt.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei beiden Runden mit Würfel A eine größere Zahl erzielt wird als mit Würfel B. (3 BE)

- b) Nun werden vier Runden gespielt. Für jede Runde wird die Summe der beiden erzielten Zahlen berechnet. Betrachtet wird das Ereignis "Alle vier Summen sind untereinander verschieden."

Geben Sie jeweils eine natürliche Zahl für v und w an, sodass mit dem Term

$$v \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^w \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses berechnet werden kann. (2 BE)

I.5.6 Stochastik

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, die jeweils mit einer natürlichen Zahl beschriftet sind.

Auf drei der Kugeln steht die Zahl a , auf den beiden anderen Kugeln die Zahl b .

Die Summe von a und b ist 17.

Es werden zwei Kugeln gleichzeitig zufällig entnommen.

- a) **Geben** Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term

$$1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4}$$

berechnet werden kann.

(1 BE)

- b) Die Zufallsgröße X beschreibt die Summe der Zahlen auf den beiden entnommenen Kugeln. Der Erwartungswert von X ist 16.

Bestimmen Sie a und b .

(4 BE)

Aufgabe II.1: Analysis 1

1. Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_a mit

$$f_a(x) = \frac{1}{4}x^3 + ax^2 + ax + \frac{1}{4}$$

mit $a \in \mathbb{R}$. Der Graph von f_a wird mit G_a bezeichnet. Abbildung 1 zeigt G_a für $a = 0$.

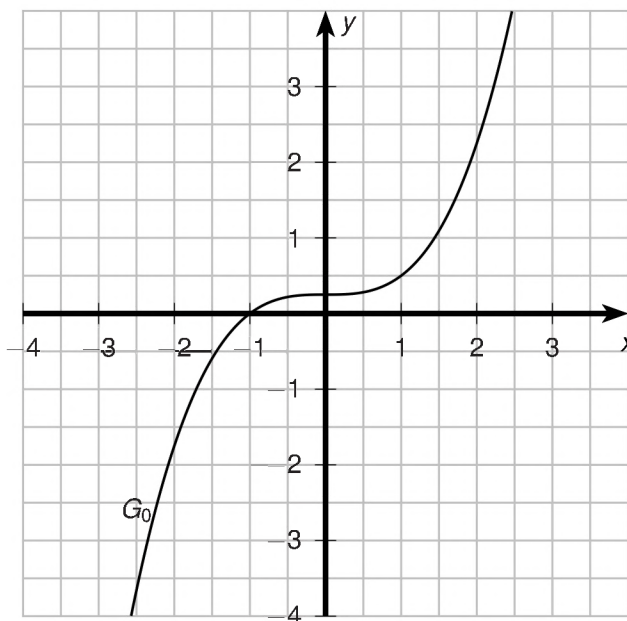


Abbildung 1

a) **Berechnen** Sie denjenigen Wert von a , für den der Punkt $(1 \mid -1)$ auf G_a liegt, und **zeigen** Sie, dass dieser Punkt Wendepunkt dieses Graphen ist. (5 BE)

b) **Zeigen** Sie, dass es genau zwei Punkte gibt, durch die alle Graphen der Schar verlaufen, und **bestimmen** Sie die Koordinaten dieser beiden Punkte. (4 BE)

c) Der Term einer Funktion der Schar kann in der Form

$$\frac{1}{4} \cdot (x+1)^3$$

angegeben werden.

Der Graph dieser Funktion kann durch Verschiebungen aus G_0 erzeugt werden.

Geben Sie eine passende Möglichkeit **an**.

(2 BE)

- d) Betrachtet werden für jeden Wert $u > 0$ die Tangente t_u an G_0 im Punkt $P_u(u \mid f_0(u))$ sowie der Punkt $Q_u(u \mid 0)$. Die Tangente t_u schneidet die x -Achse in einem Punkt, der mit T_u bezeichnet wird.

Begründen Sie mithilfe von geeigneten Eintragungen in Abbildung 1, dass

$$|\overline{T_u Q_u}| = \frac{f_0(u)}{f'_0(u)}$$

für jeden Wert $u > 0$ gilt.

(4 BE)

- e) Es gibt Kreise, deren Mittelpunkte auf der y -Achse liegen und die den Graphen der ersten Ableitungsfunktion von f_0 in genau zwei Punkten berühren. Der Punkt $A(1 \mid \frac{3}{4})$ ist ein Berührungspunkt eines solchen Kreises (siehe Abbildung 2).

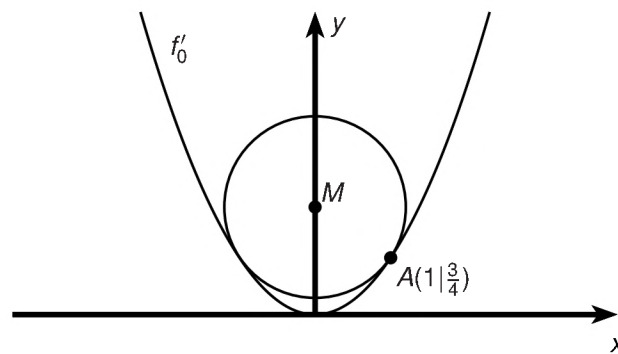


Abbildung 2

Bestimmen Sie rechnerisch die y -Koordinate des Mittelpunktes M dieses Kreises.

(5 BE)

2. Betrachtet wird eine Wasserfontäne, bei der das Wasser aus einer Düse austritt. Die sich periodisch ändernde momentane Durchflussrate des Wassers an der Düse beeinflusst das Erscheinungsbild der Fontäne.

Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h mit

$$h(x) = -\frac{\pi}{4} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}x\right) + 1$$

beschreibt im Folgenden für $x \geq 0$ die zeitliche Entwicklung der momentanen Durchflussrate des Wassers an der Düse. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Sekunden und $h(x)$ die momentane Durchflussrate in Litern pro Sekunde.

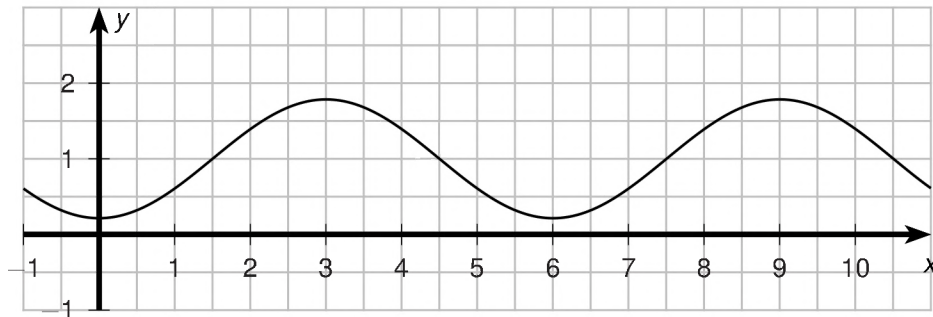


Abbildung 3

In Abbildung 3 ist der Graph von h dargestellt.

- a) **Bestimmen** Sie, wie oft die momentane Durchflussrate in der ersten Minute nach Beobachtungsbeginn ihren Maximalwert annimmt, und **geben** Sie einen Zeitpunkt **an**, zu dem die momentane Durchflussrate am stärksten zunimmt. (3 BE)

- b) **Berechnen** Sie

$$\int_5^9 h(x) dx$$

und **interpretieren** Sie den Wert des Integrals im Sachzusammenhang. (4 BE)

- c) Betrachtet wird nun eine andere Düse, bei der sich die momentane Durchflussrate ebenfalls periodisch mit der Zeit ändert. Die maximale momentane Durchflussrate beträgt 2 Liter pro Sekunde und die Zeitspanne zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maximalwerten der momentanen Durchflussrate ist 1,5-mal so groß wie bei der zuerst betrachteten Düse.

Skizzieren Sie dazu passend in Abbildung 3 einen Graphen, der für $x \geq 0$ eine mögliche zeitliche Entwicklung der momentanen Durchflussrate des Wassers für die nun betrachtete Düse beschreibt. (3 BE)

Aufgabe II.2: Analysis 2

1. Ein moderner Deich an der Nordsee besteht aus einem Deichkern aus Sand, der von einer wasserdichten Kleischicht überlagert wird. Auf der Seeseite ist der Deich sehr flach, sodass Wellen langsam auslaufen und der Deich nicht so schnell beschädigt wird.

Der höchste Punkt des Deichs, die Deichkrone, muss eine Höhe von mindestens 10 m haben. In Abbildung 1 ist der Querschnitt des Deichs dargestellt. Die Deichkrone liegt bei $x = 0$.

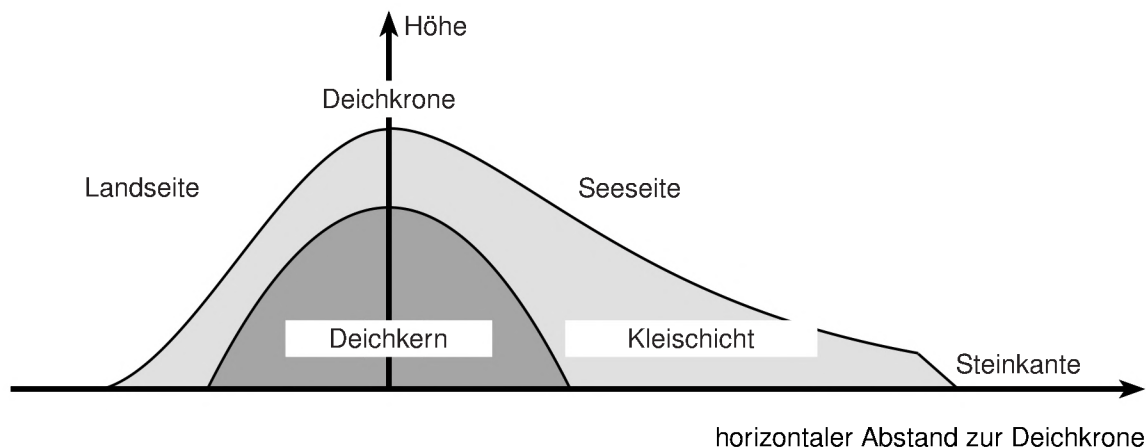


Abbildung 1

Das Profil auf der Seeseite lässt sich für $0 \leq x \leq 7$ durch die Funktion f mit

$$f(x) = 1,4(x+2) \cdot e^{-0,5(x+2)}$$

beschreiben. Hierbei gibt x den Abstand von der Deichkrone in Richtung See und $f(x)$ die Höhe des Deichs an (siehe Abbildung 2). Alle Längeneinheiten entsprechen 10 m.

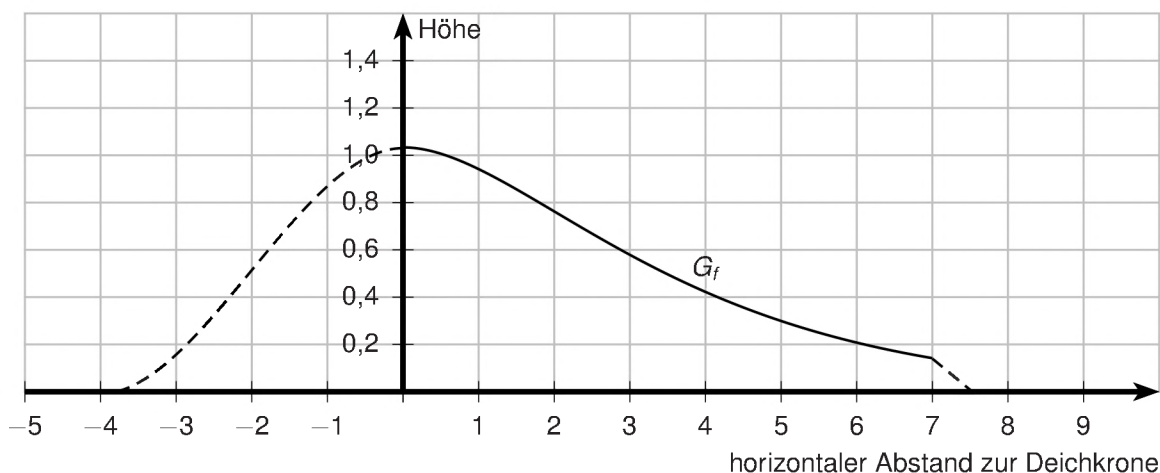


Abbildung 2

Es gilt $f'(x) = -0,7x \cdot e^{-0,5(x+2)}$ und $f''(x) = (0,35x - 0,7) \cdot e^{-0,5(x+2)}$.

a) Bestätigen Sie rechnerisch, dass

$$f'(x) = -0,7x \cdot e^{-0,5(x+2)}$$

gilt.

(2 BE)

- b) **Berechnen** Sie, um wie viel Prozent die Höhe dieses Deichs die geforderte Mindesthöhe von 10 m übersteigt. (2 BE)

- c) **Bestimmen** Sie die mittlere Steigung des Deichs auf der Seeseite im Intervall $[0; 7]$ in Prozent. (3 BE)

- d) Die maximale Neigung zur Horizontalen darf auf der Seeseite 12° nicht überschreiten.
Untersuchen Sie, ob der Deich diese Vorgabe erfüllt. (4 BE)

- e) Der Querschnitt des Deichkerns wird durch die quadratische Funktion q mit

$$q(x) = -0,125 \cdot (x + 2,4) (x - 2,4)$$

beschrieben (siehe Graph G_q in Abbildung 3).

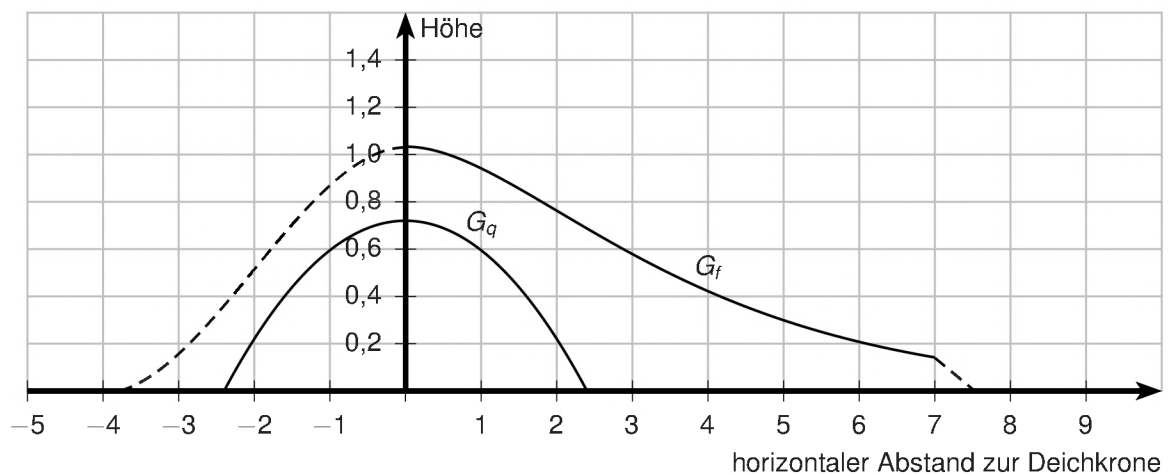


Abbildung 3

Der Deich ist 100 m lang.

- Geben** Sie einen Term **an**, mit dem das Volumen der Kleischicht auf der Seeseite, also im Intervall $[0; 7]$, für die gesamte Länge des Deichs in Kubikmeter berechnet werden kann. (3 BE)

Die Landseite des Deichs wird im Bereich $-4 \leq x \leq 0$ durch eine trigonometrische Funktion g beschrieben. Die Funktion g soll an der Deichkrone ($x = 0$) sprunghfrei und knickfrei an die Seeseite, also an f , anschließen (siehe Graph G_g in Abbildung 4).

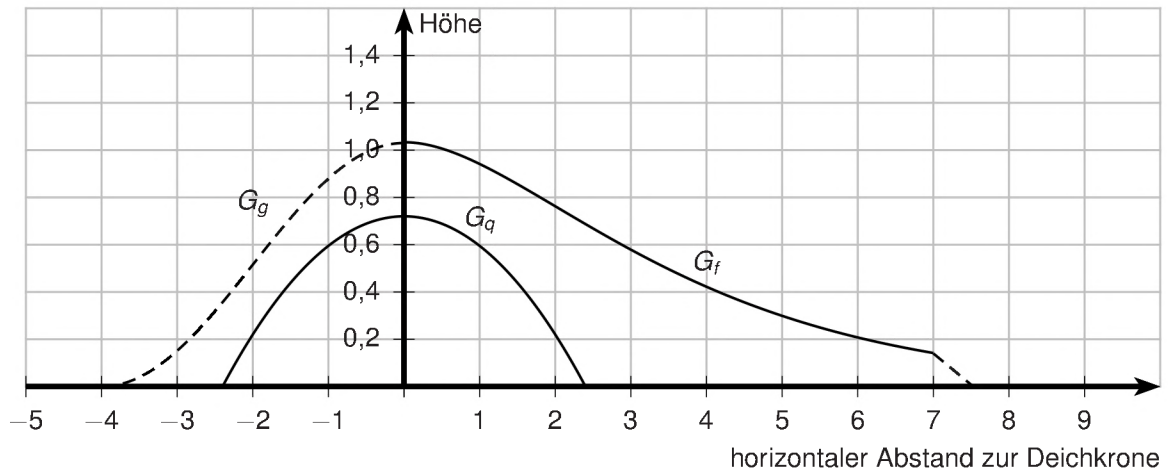


Abbildung 4

f) **Zeigen** Sie, dass die Funktion g mit

$$g(x) = 0,515 \cdot \cos\left(\frac{1}{4}\pi \cdot x\right) + 0,515$$

diese Bedingung näherungsweise erfüllt.

(5 BE)

2. Gegeben ist die Funktionsschar $f_{a,k}$ mit

$$f_{a,k}(x) = ax \cdot e^{kx}, \quad a, k \in \mathbb{R}, \quad a > 0, \quad k \neq 0.$$

Die Graphen dieser Funktionsschar haben jeweils einen Extrempunkt.

a) **Beschreiben** Sie den Einfluss des Parameters k auf das Verhalten der Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$.

(3 BE)

b) **Bestimmen** Sie die Koordinaten des Extrempunktes der Funktion $f_{a,k}(x)$ in Abhängigkeit von a und k .

Entscheiden Sie **begründet**, für welche Werte von k es sich jeweils um einen Hochpunkt bzw. einen Tiefpunkt handelt.

(6 BE)

c) **Zeigen** Sie, dass alle Extrempunkte der Funktionsschar $f_{a,k}$ auf der Geraden t mit

$$t(x) = a \cdot e^{-1} \cdot x$$

liegen.

(2 BE)

Aufgabe III: Analytische Geometrie

Die Abbildung 1 zeigt die Pyramide $ABCD S$ mit

$$A(0|-3|0), B(4|-1|0), C(4|1|0), D(0|3|0) \text{ und } S(2|0|4).$$

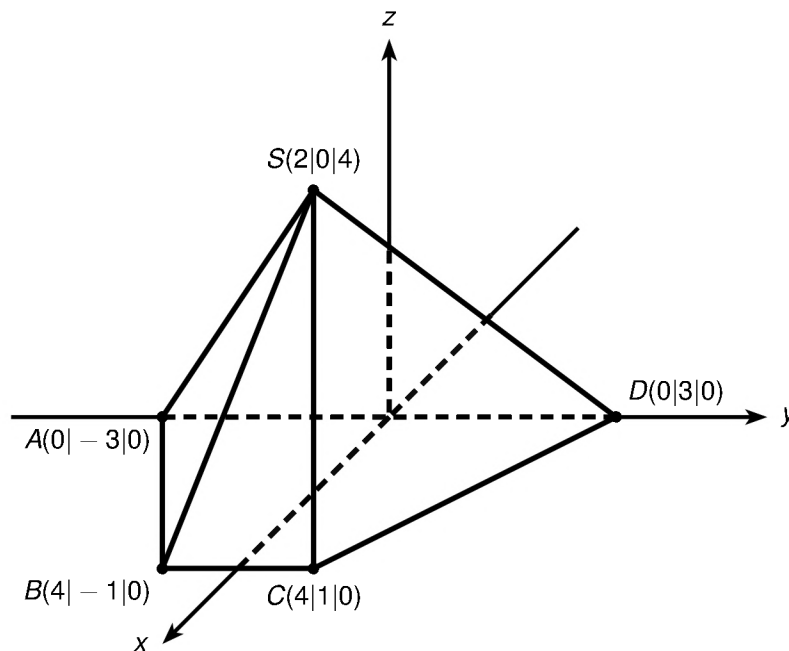


Abbildung 1

- a) **Zeigen** Sie, dass die Grundfläche $ABCD$ ein Trapez ist, und **berechnen** Sie das Volumen der Pyramide. (4 BE)

- b) **Bestimmen** Sie die Größe des Winkels, den die Kanten $\overline{CD}$ und $\overline{CS}$ einschließen. (3 BE)

Die Ebene L mit der Gleichung

$$-2x + y + 4 = 0$$

schneidet die Kante $\overline{CD}$ im Punkt H .

- c) **Berechnen** Sie die Koordinaten von H .

(Zur Kontrolle: $H(2,8|1,6|0)$)

(4 BE)

Die Pyramide $ABCD S$ wird um die Gerade CD um einen Winkel der Größe 360° gedreht. Dabei durchläuft die Spitze einen Kreis.

d) **Begründen** Sie, dass dieser Kreis in der Ebene L liegt und H der Mittelpunkt des Kreises ist.

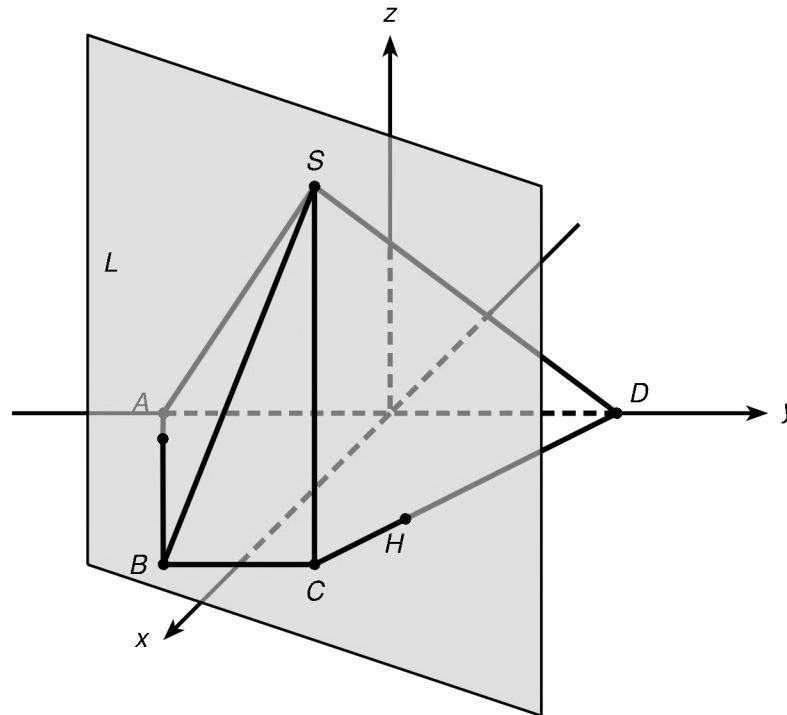


Abbildung 2

(4 BE)

e) Der Kreis, den die Spitze der Pyramide beschreibt, hat den Radius $\sqrt{19,2}$.

Begründen Sie, dass die folgende Aussage falsch ist.

Während des Drehvorgangs gibt es eine Position der Pyramide, bei der ihre Spitze die y -Koordinate 5,6 hat.

(5 BE)

Aufgabe IV: Stochastik

Hinweis: Zur Bearbeitung der folgenden Aufgabe können nach Bedarf die Tabellen in der Anlage genutzt werden.

Eine Supermarktkette bietet für Personen, die bei ihr einkaufen, ein Treuepunktesystem an. Diese Personen werden im Folgenden als Kundenkreis bezeichnet. Beim Bezahlen an der Kasse erhält man auf Wunsch pro 5 € Warenwert einen Treuepunkt zum Aufkleben. 75 % der Personen aus dem Kundenkreis der Supermarktkette sammeln Treuepunkte.

1. Aus dem Kundenkreis werden 10 Personen zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße A beschreibt die Anzahl der ausgewählten Personen, die Treuepunkte sammeln. Es soll davon ausgegangen werden, dass A binomialverteilt ist.

a) **Ermitteln** Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass weniger als 8 der ausgewählten Personen Treuepunkte sammeln. (2 BE)

- b) Abbildung 1 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße B mit den Parametern $n = 10$ und $p = 0,25$.

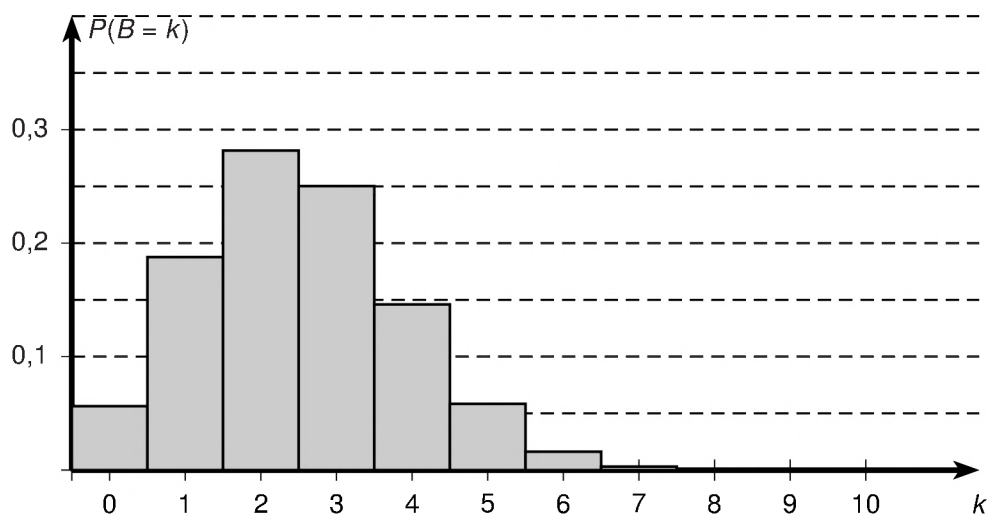


Abbildung 1

Erläutern Sie, wie man mithilfe von Abbildung 1 die Wahrscheinlichkeit dafür ermitteln kann, dass genau 6 der 10 ausgewählten Personen Treuepunkte sammeln. (2 BE)

2. 75 % der Personen aus dem Kundenkreis der Supermarktkette sammeln Treuepunkte.

Von den Personen aus dem Kundenkreis, die Treuepunkte sammeln, sind 80 % weiblich. Der Anteil der weiblichen Personen unter den Personen aus dem Kundenkreis, die keine Treuepunkte sammeln, wird mit a bezeichnet. Das abgebildete Baumdiagramm (siehe Abbildung 2) stellt den Sachverhalt dar.

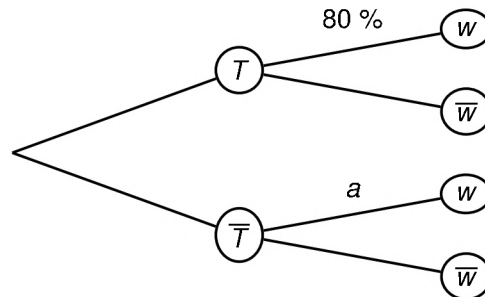


Abbildung 2

- a) Angenommen, der Kundenkreis besteht aus 500 000 Personen.

Entscheiden Sie unter dieser Annahme, ob die Anzahl der Personen, die weiblich sind und Treuepunkte sammeln, kleiner als 400 000 ist, und **begründen** Sie Ihre Entscheidung.

(3 BE)

- b) Der Anteil der nicht weiblichen Personen aus dem Kundenkreis beträgt 30 %.

Berechnen Sie den Anteil a .

(3 BE)

- c) Ein Jahr später stellt sich der Sachverhalt wie folgt dar:

- Weiterhin sammeln 75 % der Personen aus dem Kundenkreis Treuepunkte.
- Weiterhin sind von den Personen aus dem Kundenkreis, die Treuepunkte sammeln, 80 % weiblich.
- Der Wert von a ist im Vergleich zum Vorjahr gestiegen.

Beurteilen Sie folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine aus dem Kundenkreis zufällig ausgewählte nicht weibliche Person Treuepunkte sammelt, ist größer als vor einem Jahr.

(3 BE)

3. Die Verteilung einer binomialverteilten Zufallsgröße X mit den Parametern n und p kann durch eine Normalverteilung angenähert werden, wenn $n \cdot p \cdot (1 - p) > 9$ gilt.

Es sei X eine binomialverteilte Zufallsgröße mit $n = 100$ und $p = 0,2$. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es mindestens 16 und höchstens 18 Treffer gibt, soll sowohl über die Binomialverteilung wie auch näherungsweise über eine Normalverteilung bestimmt werden.

- a) **Bestätigen** Sie zunächst, dass die Voraussetzung für eine näherungsweise Berechnung durch eine Normalverteilung erfüllt ist.

Weisen Sie rechnerisch **nach**, dass die mit der Normalverteilung ermittelte Wahrscheinlichkeit

$$P_N(16 \leq X \leq 18)$$

von der mit der Binomialverteilung ermittelten Wahrscheinlichkeit

$$P_B(16 \leq X \leq 18)$$

um ca. 36 % abweicht.

(4 BE)

- b) Die Abbildung 3 zeigt den Graphen der Normalverteilung.

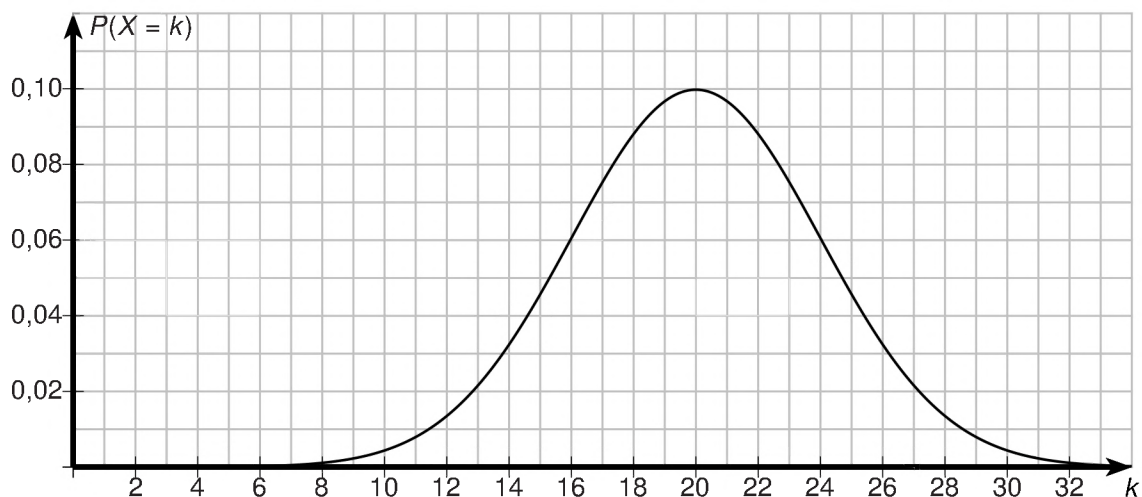


Abbildung 3

Zeichnen Sie die graphische Darstellung der Wahrscheinlichkeiten $P_B(X = k)$ der Binomialverteilung für $k \in \{16, 17, 18\}$ möglichst genau in die Abbildung 3 **ein**.

Erläutern Sie anhand der Abbildung 3 und der von Ihnen ergänzten Zeichnung, warum die Berechnung der Wahrscheinlichkeit mit der Normalverteilung durch $P_N(15,5 \leq X \leq 18,5)$ korrigiert werden müsste.

(3 BE)

Anlage zur Aufgabe „Stochastik“

k	p											
	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	1/6	0,25	0,3	1/3	0,4	0,5	
0	0,8171	0,7374	0,6648	0,5987	0,3487	0,1615	0,0563	0,0282	0,0211	0,0060	0,0010	9
1	0,9838	0,9655	0,9418	0,9139	0,7361	0,4845	0,2440	0,1493	0,1206	0,0464	0,0107	8
2	0,9991	0,9972	0,9938	0,9885	0,9298	0,7752	0,5256	0,3828	0,3313	0,1673	0,0547	7
3		0,9999	0,9996	0,9990	0,9872	0,9303	0,7759	0,6496	0,5956	0,3823	0,1719	6
4					0,9984	0,9845	0,9219	0,8497	0,8133	0,6331	0,3770	5
5					0,9999	0,9976	0,9803	0,9527	0,9363	0,8338	0,6230	4
6						0,9997	0,9965	0,9894	0,9845	0,9452	0,8281	3
7							0,9996	0,9984	0,9975	0,9877	0,9453	2
8								0,9999	0,9997	0,9983	0,9893	1
9										0,9999	0,9990	0
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,75	0,7	2/3	0,6	0,5	k
	p											

Tabelle 1: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 10$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

k	p											
	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	1/6	0,2	0,3	1/3	0,4	0,5	
0	0,1326	0,0476	0,0169	0,0059								99
1	0,4033	0,1946	0,0872	0,0371	0,0003							98
2	0,6767	0,4198	0,2321	0,1183	0,0019							97
3	0,8590	0,6472	0,4295	0,2578	0,0078							96
4	0,9492	0,8179	0,6289	0,4360	0,0237							95
5	0,9845	0,9192	0,7884	0,6160	0,0576	0,0004						94
6	0,9959	0,9688	0,8936	0,7660	0,1172	0,0013						93
7	0,9991	0,9894	0,9525	0,8720	0,2061	0,0038	0,0003					92
8	0,9998	0,9968	0,9810	0,9369	0,3209	0,0095	0,0009					91
9		0,9991	0,9932	0,9718	0,4513	0,0213	0,0023					90
10		0,9998	0,9978	0,9885	0,5832	0,0427	0,0057					89
11			0,9993	0,9957	0,7030	0,0777	0,0126					88
12			0,9998	0,9985	0,8018	0,1297	0,0253					87
13				0,9995	0,8761	0,2000	0,0469					86
14				0,9999	0,9274	0,2874	0,0804	0,0002				85
15					0,9601	0,3877	0,1285	0,0004				84
16					0,9794	0,4942	0,1923	0,0010	0,0002			83
17					0,9900	0,5994	0,2712	0,0022	0,0005			82
18					0,9954	0,6965	0,3621	0,0045	0,0012			81
19					0,9980	0,7803	0,4602	0,0089	0,0027			80
20					0,9992	0,8481	0,5595	0,0165	0,0054			79
21					0,9997	0,8998	0,6540	0,0288	0,0102			78
22					0,9999	0,9369	0,7389	0,0479	0,0184	0,0001		77
23						0,9621	0,8109	0,0755	0,0315	0,0003		76
24						0,9783	0,8686	0,1136	0,0513	0,0006		75
25						0,9881	0,9125	0,1631	0,0796	0,0012		74
26						0,9938	0,9442	0,2244	0,1180	0,0024		73
27						0,9969	0,9658	0,2964	0,1675	0,0046		72
28						0,9985	0,9800	0,3768	0,2283	0,0084		71
29						0,9993	0,9888	0,4623	0,2993	0,0148		70
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,8	0,7	2/3	0,6	0,5	k
	p											

Tabelle 2: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 100$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

k	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	p 1/6	0,2	0,3	1/3	0,4	0,5	
30						0,9997	0,9939	0,5491	0,3784	0,0248		69
31						0,9999	0,9969	0,6331	0,4624	0,0398		68
32							0,9984	0,7107	0,5477	0,0615	0,0002	67
33							0,9993	0,7793	0,6304	0,0913	0,0004	66
34							0,9997	0,8371	0,7071	0,1303	0,0009	65
35							0,9999	0,8839	0,7751	0,1795	0,0018	64
36								0,9201	0,8329	0,2386	0,0033	63
37								0,9470	0,8800	0,3068	0,0060	62
38								0,9660	0,9167	0,3822	0,0105	61
39								0,9790	0,9442	0,4621	0,0176	60
40								0,9875	0,9639	0,5433	0,0284	59
41								0,9928	0,9774	0,6225	0,0443	58
42								0,9960	0,9864	0,6967	0,0666	57
43								0,9979	0,9921	0,7635	0,0967	56
44								0,9989	0,9956	0,8211	0,1356	55
45								0,9995	0,9976	0,8689	0,1841	54
46								0,9997	0,9988	0,9070	0,2421	53
47								0,9999	0,9994	0,9362	0,3086	52
48									0,9997	0,9577	0,3822	51
49									0,9999	0,9729	0,4602	50
50										0,9832	0,5398	49
51										0,9900	0,6178	48
52										0,9942	0,6914	47
53										0,9968	0,7579	46
54										0,9983	0,8159	45
55										0,9991	0,8644	44
56										0,9996	0,9033	43
57										0,9998	0,9334	42
58											0,9557	41
59											0,9716	40
60											0,9824	39
61											0,9895	38
62											0,9940	37
63											0,9967	36
64											0,9982	35
65											0,9991	34
66											0,9996	33
67											0,9998	32
	0,98	0,97	0,96	0,95	0,9	5/6	0,8	0,7	2/3	0,6	0,5	k
	p											

Tabelle 2: Summierte Binomialverteilung $P(X \leq k)$ für $n = 100$. Alle freien Plätze, die unterhalb der Zahlenkolonnen liegen, würden durch das Runden auf 4 Dezimalen den Wert 1,0000 enthalten.

Beachte: Wenn Werte über den zweiten, dunkelgrau unterlegten Eingang der Tabelle abgelesen werden sollen, d. h. $p \geq 0,5$, muss die Differenz $1 -$ (abgelesener Wert) ermittelt werden.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Tabelle 3: Standardnormalverteilung. $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Es gilt $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$, z. B. $\Phi(0,45) = 0,6736 \Rightarrow \Phi(-0,45) = 0,3264$.



Hamburg

Behörde für Schule,
Familie und Berufsbildung

Schriftliche Abiturprüfung Schuljahr 2025/2026

Mathematik auf erhöhtem Anforderungsniveau an allgemeinbildenden und beruflichen gymnasialen Oberstufen

Haupttermin
Mittwoch, 6. Mai 2026, 9:00 Uhr

Unterlagen für die Lehrkräfte
Wahlschwerpunkt Analytische Geometrie

Diese Unterlagen sind nicht für die Prüflinge bestimmt.

Diese Unterlagen enthalten:

1. Allgemeines
 2. Rückmeldebogen für die Zweiddurchsicht
 3. Hinweise zu den Aufgaben
 4. Hinweise zum Korrekturverfahren
 5. Bewertung und Erwartungshorizont
-

1. Allgemeines¹

- Weisen Sie bitte die Prüflinge auf die allgemeinen Arbeitshinweise hin.
- Die Arbeitszeit einschließlich der Auswahlzeit beträgt insgesamt **330 Minuten**.
- Eine gesonderte Lese- oder Auswahlzeit wird nicht gewährt.
- Hilfsmittel:
 - Taschenrechner (nicht programmierbar und nicht grafikfähig),
 - zugelassene Formelsammlung,
 - Rechtschreibwörterbuch

¹ Entsprechend der "Richtlinie über die Gewährung von Erleichterungen für neu zugewanderte Schülerinnen, Schüler und Prüflinge bei Sprachschwierigkeiten in der deutschen Sprache" (MBISchul Nr. 08, 7. Oktober 2016, S. 60) werden für die betroffenen Prüflinge die folgenden Erleichterungen gewährt:

- Die Bearbeitungszeit wird um 30 Minuten auf **360 Minuten** erhöht.
- Ein nicht-elektronisches Wörterbuch Deutsch – Herkunftssprache / Herkunftssprache – Deutsch wird bereitgestellt.

2. Rückmeldebogen für die Zweiddurchsicht

Bitte umgehend ausfüllen und

- a) an die Schule senden, die die externe Zweiddurchsicht übernimmt,
oder ggf.
- b) an die Kollegin/den Kollegen geben, die/der die interne Zweiddurchsicht übernimmt.

Information für die Zweiddurchsicht

Fach:

Mathematik

auf **erhöhtem Anforderungsniveau**

Kurs-Nummer: _____

Bearbeitet wurden die folgenden Aufgaben:

Aufgaben-Nr.		Anzahl	
I.5.1	von		Prüflingen
I.5.2	von		Prüflingen
I.5.3	von		Prüflingen
I.5.4	von		Prüflingen
I.5.5	von		Prüflingen
I.5.6	von		Prüflingen
II.1	von		Prüflingen
II.2	von		Prüflingen

Der gewählte Wahlschwerpunkt in der Aufgabe III:

☐
☒

Lineare Algebra

Analytische Geometrie

3. Hinweise zu den Aufgaben

Die Lehrkraft

- erhält fünf Aufgaben:
 - **Prüfungsteil A:** Aufgabe I (hilfsmittelfreier Teil),
 - **Prüfungsteil B:** Aufgaben II.1 (Analysis 1), II.2 (Analysis 2), III (Analytische Geometrie) und IV (Stochastik).
- reicht alle Aufgaben an die Prüflinge weiter.

Die Prüflinge

- bearbeiten in Aufgabe I die Unteraufgaben **I.1, I.2, I.3 und I.4** verpflichtend und wählen zusätzlich **zwei** Unteraufgaben aus **I.5.1, I.5.2, I.5.3, I.5.4, I.5.5 und I.5.6** aus. Insgesamt sind also **sechs Unteraufgaben** von Aufgabe I zu bearbeiten.
- bearbeiten die Aufgabe **I** (Prüfungsteil A) ohne Unterstützung durch Formelsammlung und Taschenrechner in **höchstens 110 Minuten**.
- entscheiden jeweils selbst über den Zeitpunkt, zu dem sie die Bearbeitung zum Prüfungsteil A abgeben und die Hilfsmittel erhalten. Dieser Zeitpunkt muss innerhalb der ersten **110 min** nach Prüfungsbeginn liegen.
- wählen in **Prüfungsteil B** eine der Aufgaben **II.1** und **II.2** zur Bearbeitung aus.
- bearbeiten in **Prüfungsteil B** die Aufgaben **II.1** oder **II.2**, **III** und **IV**, also **drei** Aufgaben in der restlichen Arbeitszeit.

4. Hinweise zum Korrekturverfahren

- Die Korrekturen werden gemäß der "Richtlinie für die Aufgabenstellung und Bewertung der Leistungen in der Abiturprüfung" (Abiturrichtlinie) in der geltenden Fassung vorgenommen.
- Die für das Fach zuständige Lehrkraft begutachtet die Arbeiten unter Beachtung zentraler Bewertungsvorgaben und unter Kennzeichnung ihrer Vorzüge und Mängel, der richtigen Lösungen und der Fehler und bewertet jede Arbeit mit einer Punktzahl (siehe Erstkorrekturbogen). Entwürfe können ergänzend zur Bewertung herangezogen werden.
- Jede Arbeit wird sodann von der zweiten Fachlehrkraft durchgesehen, die sich entweder (auf dem Erstkorrekturbogen) der Bewertung durch die für das Fach zuständige Lehrkraft anschließt oder (auf dem Zweidurchsichtbogen) ein ergänzendes Gutachten mit Bewertung anfertigt.
- Die oder der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses legt die endgültige Punktzahl fest. Beträgt die Differenz der im Erstgutachten und im ergänzenden Gutachten erteilten Punktzahlen nicht mehr als drei Punkte, bildet sie oder er den Mittelwert beider Punktzahlen; eine gebrochene Zahl wird zur nächsten vollen Punktzahl aufgerundet. Beträgt die Differenz der im Erstgutachten und im ergänzenden Gutachten erteilten Punktzahlen mehr als drei Punkte, legt die oder der Vorsitzende des Fachprüfungsausschusses die endgültige Punktzahl in Auseinandersetzung mit den erstellten Gutachten entsprechend dem Erfordernis der Einheitlichkeit und Vergleichbarkeit der Bewertung der Prüfungsleistungen fest und begründet die Entscheidung auf dem Formular "Festsetzung der Note bei einer Differenz der im Erstgutachten und im ergänzenden Gutachten erteilten Punktzahlen von mehr als drei Notenpunkten".
- Die Bewertungsbögen sind als Download zu finden auf der Plattform Prüfungen (vormals HERA) in LMS.

5. Bewertung und Erwartungshorizont

I. Hinweise zur Bewertung

Prüfungsteil A (hilfsmittelfreier Teil): 30 Bewertungseinheiten (BE)

Prüfungsteil B: 70 BE (3 komplexe Aufgaben, Aufgabe II.1 oder II.2 mit 30 BE, Aufgabe III mit 20 BE und Aufgabe IV mit 20 BE)

Insgesamt sind 100 BE erreichbar.

Es dürfen auch halbe Bewertungseinheiten vergeben werden.

Bei der Festlegung von Notenpunkten gilt die folgende Tabelle.

Noten- punkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten	erreichte Bewertung- seinheiten
15	95 %	95–100
14	90 %	90–94,5
13	85 %	85–89,5
12	80 %	80–84,5
11	75 %	75–79,5
10	70 %	70–74,5
9	65 %	65–69,5
8	60 %	60–64,5

Noten- punkte	mindestens zu erreichender Anteil an den insgesamt zu erreichenden Bewertungseinheiten	erreichte Bewertung- seinheiten
7	55 %	55–59,5
6	50 %	50–54,5
5	45 %	45–49,5
4	40 %	40–44,5
3	33 %	33–39,5
2	27 %	27–32,5
1	20 %	20–26,5
0	0 %	0–19,5

Schwerwiegende und gehäufte Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit oder gegen die äußere Form führen zu einem Abzug von bis zu zwei Notenpunkten in einfacher Wertung. Mangelhafte Gliederung, Fehler in der Fachsprache, Ungenauigkeiten in Zeichnungen oder unzureichende oder falsche Bezüge zwischen Zeichnungen und Text sind als fachliche Fehler zu werten. Ein Abzug für Verstöße gegen die sprachliche Richtigkeit soll nicht erfolgen, wenn diese bereits Gegenstand der fachspezifischen Bewertungsvorgaben sind.

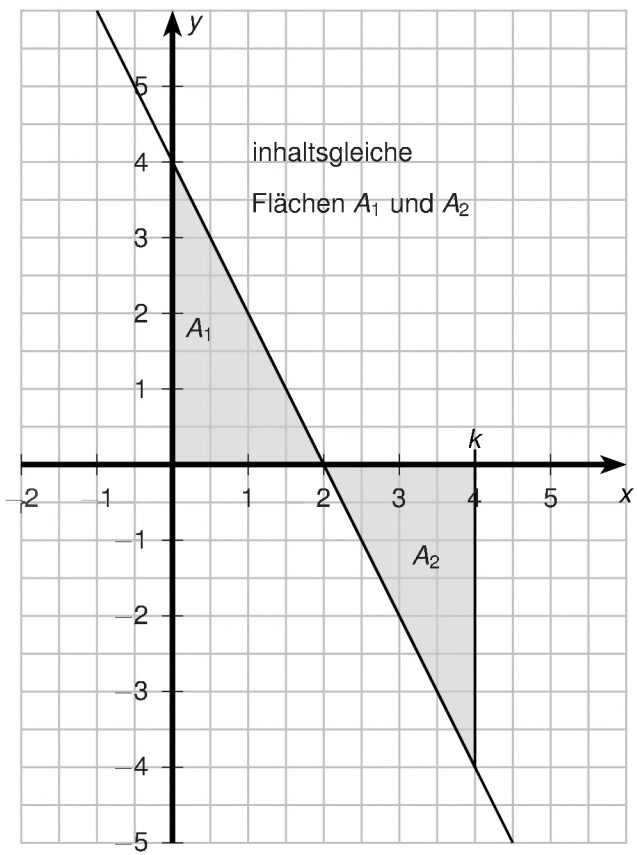
II. Erwartungshorizont

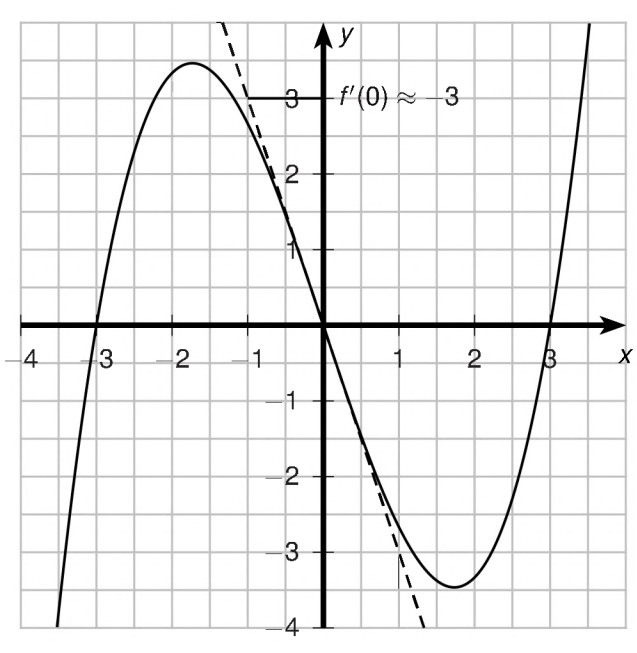
Bei den auf den folgenden Seiten dargestellten erwarteten Schülerleistungen handelt es sich um Lösungsskizzen. Oft sind aber Lösungsvarianten möglich, die in der Skizze nur zum Teil beschrieben werden konnten. Grundsätzlich gilt deshalb, dass alle Varianten, die zu richtigen Lösungen führen, mit voller Punktzahl bewertet werden, unabhängig davon, ob die gewählte Variante in der Lösungsskizze aufgeführt ist oder nicht.

Kursiv gedruckte Passagen sind Hinweise an die korrigierenden Lehrkräfte. Sie sind nicht Bestandteile der erwarteten Schülerleistung.

Bei der Bearbeitung des Prüfungsteils B müssen die Schülerinnen und Schüler die Lösungswege sorgfältig dokumentieren.

Aufgabe I: Hilfsmittelfreier Prüfungsteil

	Lösungsskizze	BE
I.1 Analysis		
a)	Der Graph von f kann aus dem Graphen von g durch Spiegelung an der y -Achse erzeugt werden.	1
b)	$2e^{k \cdot x} = 2e^{-k \cdot x} \Leftrightarrow x = 0$ $f'(x) = 2k \cdot e^{k \cdot x}$ $f'(0) = \tan(45^\circ) \Leftrightarrow 2k = 1 \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$	4
I.2 Analysis		
a)		2
b)	alle Stammfunktionen von $g: G_c(x) = -x^2 + 4x + c$ mit $x \in \mathbb{R}$ und $c \in \mathbb{R}$ größter Funktionswert von $G_c: G_c(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 + c = 4 + c$ gesuchte Stammfunktionen: G_c mit $c < -4$	3
I.3 Analytische Geometrie		
a)	$F(0 4 3)$	1
b)	$P(k 0 3)$ mit $k > 0$ $\frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{AP} = \overline{AC} \cdot \overline{AD} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{k^2 + 3^2} = 3 \Leftrightarrow k = \sqrt{27}$	4
I.4 Stochastik		
a)	$\binom{36}{27} \cdot 0,5^{27} \cdot 0,5^9$	1

	Lösungsskizze	BE
b)	$\mu = 36 \cdot 0,5 = 18; \sigma = \sqrt{18 \cdot 0,5} = 3$ $P(\mu - 0,5 \cdot \sigma \leq X \leq \mu + 0,5 \cdot \sigma) = P(17 \leq X \leq 19) \approx 0,13 + 2 \cdot 0,125 = 0,38$	4
I.5.1 Analysis		
a)	In der Wertemenge von f ist die Zahl -3 , aber nicht die Zahl 3 enthalten.	1
b)	Wertemenge von h : $]-3; 7]$	4
I.5.2 Analysis		
	$h'_a(x) = f'(x) + a$ $h'_a(0) = 0 \Leftrightarrow a = -f'(0)$  Damit gilt $a = 3$.	5
I.5.3 Analytische Geometrie		
a)	$2 \cdot (-1) + (-3) = c \Leftrightarrow -5 = c$	1
b)	Wenn jede Gerade g_a den Fußpunkt des Lots von P auf E enthält, dann hat P zu jeder Gerade g_a den gleichen Abstand. $Q(1 -1 -3)$ ist gemeinsamer Punkt aller Geraden g_a. Da $\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ kollinear zum Normalenvektor $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ von E ist, ist Q der Lotfußpunkt und somit die Aussage wahr.	4
I.5.4 Analytische Geometrie		
a)	Die Seite $\overline{AB_s}$ liegt in der x - y -Ebene und die Seite $\overline{AC_t}$ liegt auf der z -Achse.	2
b)	$t = 5s$ ist eine Gleichung der dargestellten Gerade. $\overline{AB_s} = \overline{AC_t} \Leftrightarrow \sqrt{(4s)^2 + (3s)^2} = t \Leftrightarrow t = 5s$	3

	Lösungsskizze	BE
I.5.5 Stochastik		
a)	Bei einer Runde wird mit Würfel A mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ die größere Zahl erzielt. Bei zwei Runden wird mit Würfel A daher mit einer Wahrscheinlichkeit von $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ beide Male die größere Zahl erzielt.	3
b)	$v = 24; w = 4$	2
I.5.6 Stochastik		
a)	Es wird höchstens eine Kugel mit der Zahl b entnommen.	1
b)	$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 2a + 2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 17 + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot (17 - a) = 16 \Leftrightarrow 2a + 4 \cdot 17 = 5 \cdot 16 \Leftrightarrow a = 6$ Somit ist $b = 11$.	4
Insgesamt (Bei Bearbeitung zweier der Aufgaben I.5.1, I.5.2, I.5.3, I.5.4, I.5.5 oder I.5.6)		30

Standardbezug zur Aufgabe „Hilfsmittelfreier Prüfungsteil“

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen							Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	I	II	III
I.1 a)	1		I	II		II				1	
b)	4			II			I		2	2	
I.2 a)	2	I				I	I		2		
b)	3	II	I	II			II			3	
I.3 a)	1					I			1		
b)	4	II		II		II	II			4	
I.4 a)	1						I		1		
b)	4	II		I		II	I		1	3	
I.5.1 a)	1	II		II						1	
b)	4	III	II	III		II				1	3
I.5.2	5		II	III		II	I		1	1	3
I.5.3 a)	1			I			I		1		
b)	4	III	III	III		II					4
I.5.4 a)	2	II	I	I		II			1	1	
b)	3	III	II	III		III	II				3
I.5.5 a)	3	II	II	III	II		II			2	1
b)	2		II	III	II	III	III				2
I.5.6 a)	1		II	I	II					1	
b)	4			III	III		II			1	3

Bei Bearbeitung der Aufgabe I.5.1 oder I.5.3 oder I.5.5 und I.5.2 oder I.5.4 oder I.5.6 erhält man die folgenden Bewertungseinheiten:

Anforderungsbereich I (4 - 10)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (12 - 18)	Anforderungsbereich III (6 - 8)
9	15	6

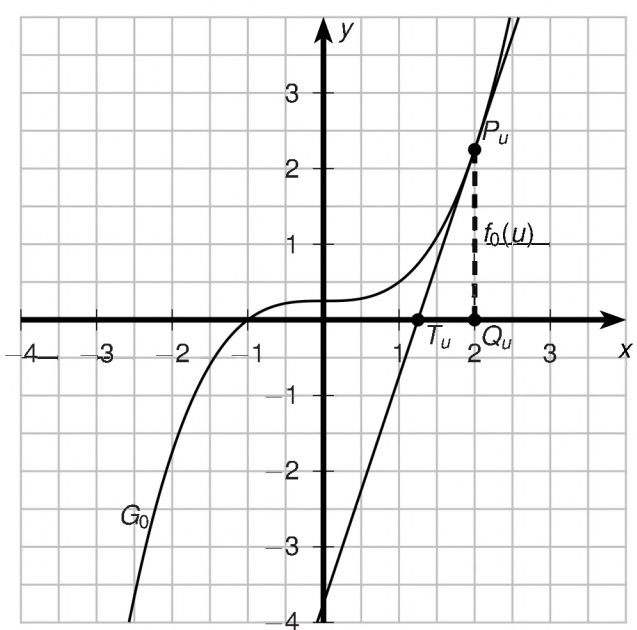
Bei Bearbeitung der Aufgabe I.5.1 und I.5.3 oder I.5.5 erhält man die folgenden Bewertungseinheiten:

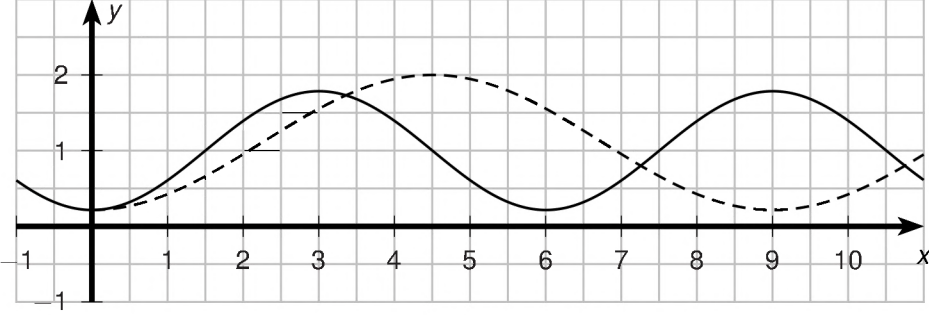
Anforderungsbereich I (4 - 10)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (12 - 18)	Anforderungsbereich III (6 - 8)
9	15	6

Bei Bearbeitung der Aufgabe I.5.2 und I.5.4 oder I.5.6 erhält man die folgenden Bewertungseinheiten:

Anforderungsbereich I (4 - 10)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (12 - 18)	Anforderungsbereich III (6 - 8)
10	14	6

Aufgabe II.1: Analysis 1

	Lösungsskizze	BE
1.a)	$\frac{1}{4} + a + a + \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$ $f'_a(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2ax + a$; $f''_a(x) = \frac{3}{2}x + 2a$; $f'''_a(x) = \frac{3}{2}$ $f''_{-\frac{3}{4}}(1) = 0$; $f'''_{-\frac{3}{4}}(1) \neq 0$	5
b)	$f_a(x) = \frac{1}{4}x^3 + a(x^2 + x) + \frac{1}{4}$ Gemeinsame Punkte erfordern $x^2 + x = 0 \Rightarrow x = 0$ oder $x = -1$. $f_a(-1) = 0$; $f_a(0) = \frac{1}{4}$ Koordinaten der Punkte: $(-1 0)$, $(0 \frac{1}{4})$	4
c)	Verschiebung um 1 in negative x-Richtung und um $\frac{1}{4}$ in negative y-Richtung	2
d)	Für jeden Wert $u > 0$ gilt $f'_0(u) > 0$ sowie $f_0(u) > 0$ und damit $f'_0(u) = \frac{ P_u Q_u }{ T_u Q_u } = \frac{f_0(u)}{ T_u Q_u }$, woraus $T_u Q_u = \frac{f_0(u)}{f'_0(u)}$ folgt. 	4
e)	Steigung der Tangente an den Graphen von f'_0 in A: $f''_0(1) = \frac{3}{2}$ Gleichung der Normale an den Graphen von f'_0 in A: $y = -\frac{2}{3}x + n$ $\frac{3}{4} = -\frac{2}{3} + n \Leftrightarrow n = \frac{17}{12}$; y-Koordinate: $\frac{17}{12}$	5
2.a)	Anzahl: $\frac{60}{6} = 10$ Zeitpunkt: 1,5 Sekunden nach Beobachtungsbeginn	3

	Lösungsskizze	BE
b)	$\int_5^9 h(x) dx = \left[-\frac{3}{4} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) + x \right]_5^9 = -\frac{3}{4} \cdot \sin\left(\frac{9}{3}\pi\right) + 9 + \frac{3}{4} \cdot \sin\left(\frac{5}{3}\pi\right) - 5 = \frac{32-3\sqrt{3}}{8}$ Im Zeitraum von fünf bis neun Sekunden nach Beobachtungsbeginn treten etwa 3,35 Liter Wasser an der Düse aus.	4
c)		3
Insgesamt		30

Standardbezug zur Aufgabe „Analysis 1“

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen							Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	I	II	III
1. a)	5	I					I		X		
b)	4		I	II			I			X	
c)	2		I			I			X		
d)	4	III		II		III					X
e)	5		II	III		II	II				X
2. a)	3		II		II	I	I			X	
b)	4				II		II			X	
c)	3			II	II	II				X	

Anforderungsbereich I (6 - 8)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (13 - 16)	Anforderungsbereich III (8 - 9)
7	14	9

Aufgabe II.2: Analysis 2

	Lösungsskizze	BE
1.a)	Es ist $f'(x) = 1,4 \cdot e^{-0,5(x+2)} + 1,4(x+2) \cdot (-0,5) \cdot e^{-0,5(x+2)}$ $= (1,4 - 0,7x - 1,4) \cdot e^{-0,5(x+2)}$ $= -0,7x \cdot e^{-0,5(x+2)}$	2
b)	$f(0) \approx 1,03$ Dies entspricht einer Höhe von 10,3 m. $\frac{10,3}{10} = 1,03$ Der Deich übersteigt die geforderte Höhe um ca. 3 %.	2
c)	$\frac{f(7) - f(0)}{7 - 0} \approx \frac{0,14 - 1,03}{7} \approx -0,127$ Die mittlere Steigung beträgt ca. -12,7 %.	3
d)	$f''(x) = (0,35x - 0,7) \cdot e^{-0,5(x+2)} = 0 \Leftrightarrow 0,35x - 0,7 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ $f'(2) \approx -0,1895$ $\tan^{-1}(-0,1895) \approx -10,7^\circ$ Der Deich erfüllt die Vorgabe.	4
e)	$100 \cdot 100 \cdot \left(\int_0^{2,4} (f(x) - q(x)) dx + \int_{2,4}^7 f(x) dx \right)$	3
f)	Es muss gelten: $g(0) = f(0)$ und $g'(0) = f'(0)$ $g(0) = 0,515 \cdot \cos(0) + 0,515 = 1,03 \approx f(0)$ $g'(x) = 0,515 \cdot \frac{1}{4}\pi \cdot (-\sin(\frac{1}{4}\pi \cdot x))$. Da $\sin(0) = 0$, folgt $g'(0) = 0 = f'(0)$. Also sind die Bedingungen erfüllt.	5
2.a)	Für $k > 0$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_{a,k}(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_{a,k}(x) = 0$ Für große positive x wächst $f_{a,k}(x)$ unbegrenzt, für große negative x nähert sich $f_{a,k}(x)$ der Null. Für $k < 0$: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_{a,k}(x) = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_{a,k}(x) = -\infty$ Für große positive x geht $f_{a,k}(x)$ gegen Null, für große negative x fällt $f_{a,k}(x)$ gegen $-\infty$.	3
b)	$f'_{a,k}(x) = (a + akx)e^{kx} \Leftrightarrow f'_{a,k}(x) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{k}$ Extrempunkt: $(-\frac{1}{k} -\frac{a}{k}e^{-1})$ $f''_{a,k}(x) = (2ak + ak^2x) \cdot e^{kx}$ $f''_{a,k}(-\frac{1}{k}) = ak \cdot e^{-1}$ Für $k < 0$ liegt in $x = -\frac{1}{k}$ Hochpunkt. Für $k > 0$ liegt in $x = -\frac{1}{k}$ Tiefpunkt.	6

	Lösungsskizze	BE
c)	$t \left(-\frac{1}{k} \right) = a \cdot e^{-1} \cdot \left(-\frac{1}{k} \right) = -\frac{a}{k} \cdot e^{-1}$	2
	Insgesamt	30

Standardbezug zur Aufgabe „Analysis 2“

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen							Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	I	II	III
1. a)	2	I					I		X		
b)	2	I			I		I		X		
c)	3	I		I	I		I		X		
d)	4			II	II		I			X	
e)	3		II		I	II				X	
f)	5	II	II				II			X	
2. a)	3			II	II		II			X	
b)	6			III			II				X
c)	2		II	III			II				X

Anforderungsbereich I (6 - 8)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (13 - 16)	Anforderungsbereich III (8 - 9)
7	15	8

Aufgabe III: Analytische Geometrie

	Lösungsskizze	BE
a)	$\vec{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ sind kollinear. Volumen: $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (6+2) \cdot 4 \cdot 4 = \frac{64}{3}$	4
b)	$\cos \alpha = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}}{\left \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \right \cdot \left \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \right } = \frac{6}{\sqrt{20} \cdot \sqrt{21}}$ liefert $\alpha \approx 73,0^\circ$	3
c)	$CD: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$ $-2 \cdot 2\mu + 3 - \mu + 4 = 0 \Leftrightarrow \mu = 1,4$ $\vec{OH} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + 1,4 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,8 \\ 1,6 \\ 0 \end{pmatrix}$	4
d)	Da $\vec{CD} = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ kollinear zum Normalenvektor $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ von L ist und $-2 \cdot 2 + 0 + 4 = 0$ gilt, verläuft L senkrecht zur Gerade CD und enthält S . Damit liegt der Kreis in L . Dessen Mittelpunkt liegt folglich sowohl auf CD als auch in L und ist somit H .	4
e)	Annahme: Es gibt einen Punkt $S' (x_S 5,6 z_S)$ auf dem Kreis um H . Dann liegt S' in L und es gilt: $-2x_S + 5,6 + 4 = 0 \Leftrightarrow x_S = 4,8$ $ \vec{HS'} = \left \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ z_S \end{pmatrix} \right = \sqrt{2^2 + 4^2 + z_S^2} = \sqrt{20 + z_S^2}$ Dies führt wegen $\sqrt{20 + z_S^2} > \sqrt{19,2}$ zu einem Widerspruch. Die Aussage ist falsch.	5
	Insgesamt	20

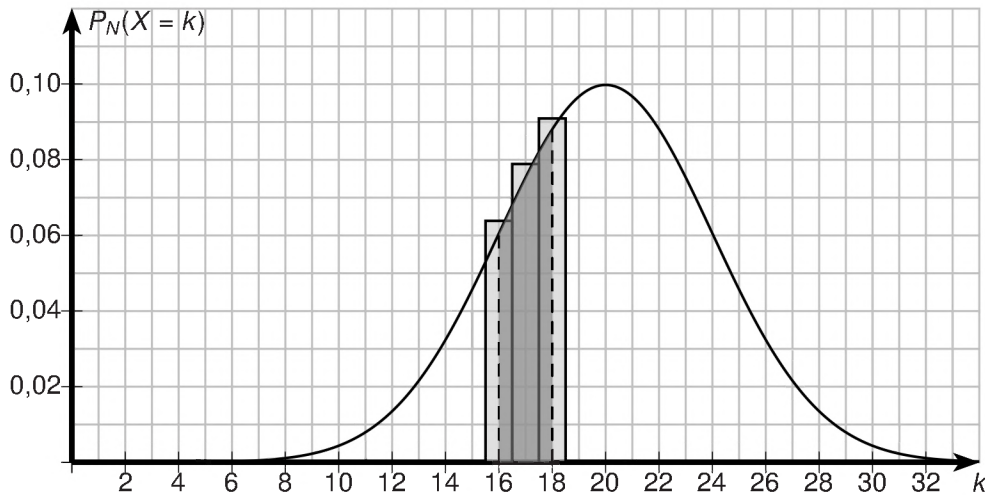
Standardbezug zur Aufgabe „Analytische Geometrie“

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen							Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	I	II	III
a)	4	I				I	I		X		
b)	3			II			II			X	
c)	4		II	II			II			X	
d)	4	II	II	II		II				X	
e)	5	III	II	III		III	III				X

Anforderungsbereich I (4 - 5)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (9 - 11)	Anforderungsbereich III (5 - 6)
4	11	5

Aufgabe IV: Stochastik

	Lösungsskizze	BE
1.a)	$P_{0,75}^{10}(A < 8) \approx 47,4\%$	2
b)	Wegen $P_{0,75}^{10}(A = 6) = P_{0,25}^{10}(B = 4)$ entspricht in der Abbildung 1 der Wert für $k = 4$ der gesuchten Wahrscheinlichkeit.	2
2.a)	$0,75 \cdot 0,8 = 0,6 < \frac{400\,000}{500\,000}$ Die Anzahl der Personen, die weiblich sind und Treuepunkte sammeln, ist kleiner als 400 000.	3
b)	$0,75 \cdot 0,2 + 0,25 \cdot (1 - a) = 0,3 \Leftrightarrow 0,4 - 0,25a = 0,3 \Leftrightarrow a = 0,4$	3
c)	Die Aussage ist wahr. Mit dem Term $\frac{0,75 \cdot 0,2}{0,75 \cdot 0,2 + 0,25 \cdot (1 - a)}$ kann die beschriebene Wahrscheinlichkeit berechnet werden. Wenn der Wert von a steigt, dann nimmt der Wert des Nenners ab und der Wert des Quotienten zu.	3
3.a)	$100 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 16 > 9$ Es ist $P_B(16 \leq X \leq 18) \approx 0,2336$. Für die Normalverteilung ist $\mu = 100 \cdot 0,2 = 20$ und $\sigma = \sqrt{100 \cdot 0,2 \cdot 0,8} = 4$. Damit erhält man $P_N(16 \leq X \leq 18) \approx 0,1499$. Die Abweichung beträgt $1 - \frac{0,1499}{0,2336} \approx 0,358 \approx 36\%$	4

Lösungsskizze		BE
b)	 Die Fläche der eingezeichneten Rechtecke entspricht der Wahrscheinlichkeit, die mit der Binomialverteilung berechnet wird. Diese Fläche approximiert den Wert der Binomialverteilung schlecht. Durch die Stetigkeitskorrektur kommt man dem richtigen Wert näher.	3
Insgesamt		20

Standardbezug zur Aufgabe „Stochastik“

Teilaufgabe	BE	allgemeine mathematische Kompetenzen							Anforderungsbereich		
		K1	K2	K3	K4	K5	K6	K7	I	II	III
1. a)	2		I		I		I		X		
b)	2	II	II	II		II				X	
2. a)	3		I	I	I				X		
b)	3			I	II	II	II			X	
c)	3	III	III	II	II		II				X
3. a)	4			II			II			X	
b)	3		III		III						X

Anforderungsbereich I (4 - 5)	Anzahl der Bewertungseinheiten im Anforderungsbereich II (9 - 11)	Anforderungsbereich III (5 - 6)
5	9	6